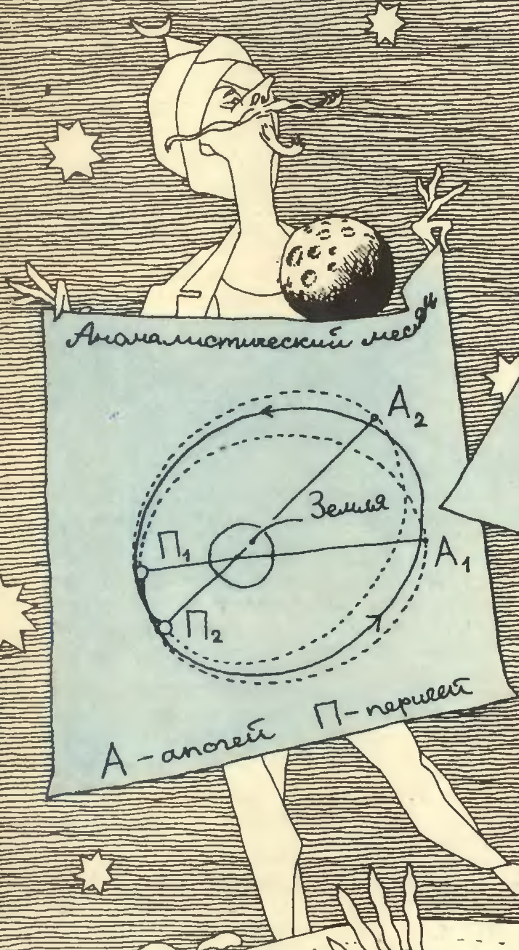
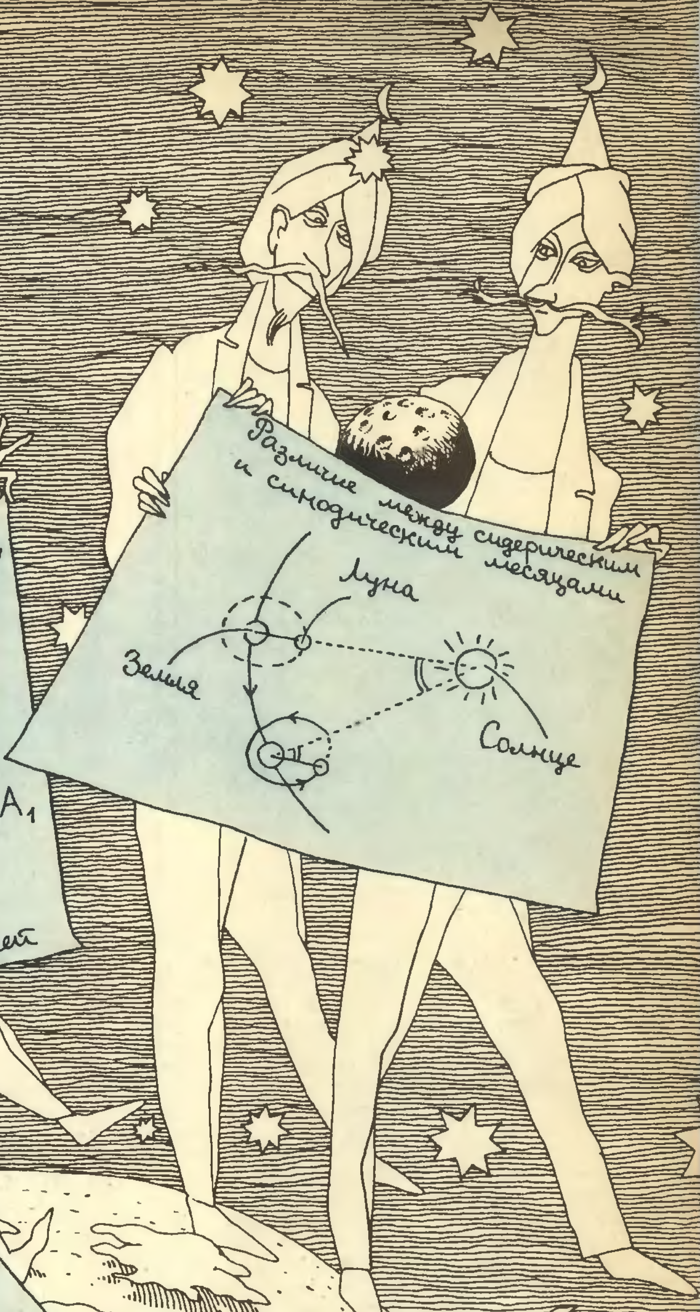
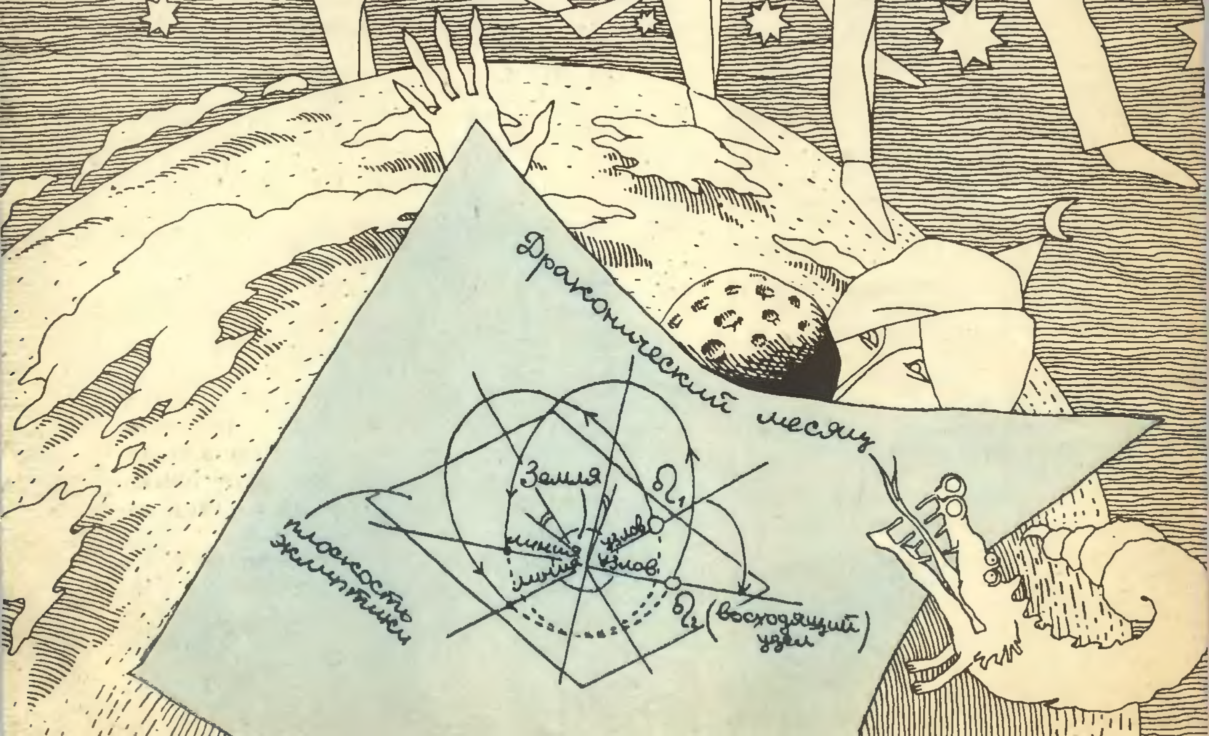
VISIT…

LANZAROTE Caliente.COM


Аномалистический месяц
$А_2$
Земля
$П_1$
$А_1$
$П_2$
А – апогей
П – перигей


Различие между сидерическим и синодическим месяцами
Луна
Земля
Солнце


Драконический месяц
Земля
$☊_1$
линия узлов
линия узлов
плоскость эклиптики
$☊_2$ (восходящий узел)

Как движется Луна?

Кандидат физико-математических наук
В. А. БРОНШТЭН

Вероятно, многие читатели «Кванта» удивятся: до чего легкий вопрос! Все знают, что Луна — единственный естественный спутник Земли — движется по эллипсу, совершая один оборот за 27,3 суток. И движение это происходит в строгом соответствии с законами Кеплера, являющимися следствием закона всемирного тяготения, открытого Ньютоном. Все это верно, но...

Теория движения Луны оказалась одной из самых сложных задач небесной механики, на решение которой ушло два с половиной века (считая только от Ньютона). В разработку этой теории вложили труд такие замечательные ученые, как Эйлер, Клеро, Даламбер...

Так в чем же были трудности? Как их удалось преодолеть?

Четыре лунных месяца

Движение Луны изучали еще астрономы Древнего Вавилона. Они тщательно регистрировали моменты солнечных и лунных затмений. По этим данным древнегреческий астроном Гиппарх (II век до н. э.) определил длительность основных периодов, характеризующих движение Луны. По традиции мы будем называть их «месяцами».

Таких месяцев с древних времен было известно четыре. *Сидерический*, или *звездный, месяц* — это период обращения Луны вокруг Земли; он определяется по перемещению Луны относительно неподвижных звезд. *Синодический месяц* — промежуток времени между двумя последовательными новолуниями (или полнолуниями). *Аномалистический месяц* — это период между двумя последовательными прохождениями Луны через перигей своей орбиты. Наконец, *драконический месяц* — это промежуток времени между двумя прохождениями Луны через восходящий узел ее орбиты — точку пересечения орбиты с плоскостью эклиптики (теперь мы знаем, что это не что иное как плоскость земной орбиты, но во времена Гиппарха Земля считалась неподвижной, а плоскость эклиптики считалась плоскостью орбиты, по которой Солнце двигалось вокруг Земли).

Гиппарх рассчитал, основываясь на датах наблюдений затмений древними астрономами, что через каждые 345 лет положения Солнца, Луны, перигея и узлов лунной орбиты повторяются; иначе говоря, 345-летний цикл содержит целое число всех четырех месяцев. Выводимые из цикла Гиппарха продолжительности лунных месяцев лишь на немногие доли секунды отличаются от тех значений, которыми пользуются астрономы теперь, накопив наблюдения еще за 21 столетие (эти значения приведены на с. 14).

Почему синодический месяц длиннее сидерического, объяснить нетрудно. Смена лунных фаз зависит от положения Луны относительно Солнца. Луна вместе с Землей обращается вокруг Солнца. Направление этого движения совпадает с направлением обращения Луны вокруг Земли. В результате движение Луны по ее «околоземной» орбите происходит как бы с отставанием: повторение лунных фаз происходит не через сидерический месяц, а через более длительный период, который и назван синодическим месяцем. Нетрудно получить такое соотношение между длительностями сидерического (S) и синодического (P) месяцев:

$$\frac{1}{S}=\frac{1}{P}+\frac{1}{T},$$

где T — длительность земного года (в сутках).

Тот факт, что аномалистический месяц длиннее сидерического, по существу означает, что сама лунная орбита как целое вращается (в собственной плоскости), и линия, соединяющая перигей и апогей орбиты (то есть большая ось лунного эллипса), называемая линией апсид, поворачивается в том же направлении, в каком движется Луна. Так что Луне приходится постоянно «догонять» свой перигей.

Драконический месяц, напротив, короче сидерического. Это значит, что

линия узлов поворачивается навстречу движению Луны.

Причина поворота большой оси лунного эллипса и линии узлов была найдена лишь в XVIII веке, после создания Ньютоном теории всемирного тяготения. А еще через два столетия эта теория позволила рассчитать траектории движения искусственных спутников Земли, обрела, так сказать, вторую молодость. Но — обо всем по порядку.

Лунные неравенства

С именем древнегреческого астронома Клавдия Птолемея (ок. 100 — ок. 165) обычно прежде всего связывают его геоцентрическую систему мира, против которой боролись Коперник, Джордано Бруно, Галилей, Кеплер. Но Птолемей внес большой вклад в развитие астрономии, в частности, в теорию движения Луны. Правда, в тот период речь могла идти только о кинематической теории, ибо причины и истинные законы движений небесных тел известны не были.

В течение длительного периода развития астрономической науки считалось, что небесные тела могут двигаться только равномерно по окружностям. Если движение выглядело более сложным, то его можно было представлять комбинацией движений по нескольким окружностям. Именно так поступил Птолемей с Луной.

Лунные месяцы

29,53059 суток — Синодический (от слова synodion) - встреча

27,55455 суток — Аномалистический (угловое расстояние Луны от ее перигея называли аномалией)

27,32166 суток — Сидерический (sidereum - звездный)

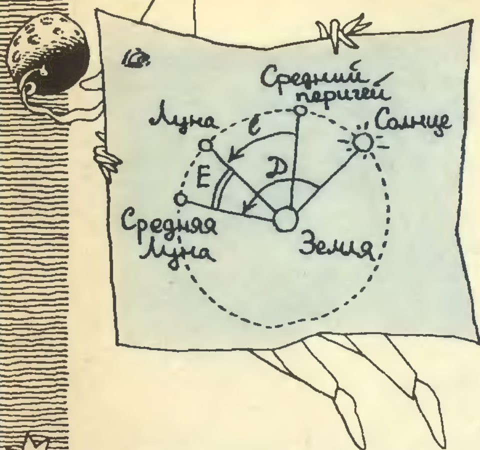
27,21222 суток — Драконический (узлы орбиты обозначают значком ☊, похожим на дракона)

Движение Луны по небу было неравномерным. Чтобы представить его комбинацией равномерных движений по окружностям, надо было сначала определить величину отклонений от равномерного движения, или так называемых неравенств. И во времена Птолемея, и даже во времена Кеплера и много позже было принято называть «неравенствами» отдельные компоненты отклонения положения Луны от положения воображаемой точки, движущейся по эклиптике равномерно с периодом, равным сидерическому месяцу. Таким образом, слово «неравенство» в астрономии означало совсем не то, что оно означает в математике. Впрочем, в современной науке мы встречаемся с подобными примерами буквально на каждом шагу. Так, слово «элемент» означает в химии одно, а в электротехнике совсем другое. Никто не спутает ядро кометы, ядро живой клетки и ядро атома. А сейчас мы встретимся с еще одним примером употребления привычных нам терминов в ином смысле.

Все положения на небе Луны, Солнца, звезд и планет уже во времена Птолемея измерялись в системе координат, напоминавших географические долготу и широту. И назывались эти координаты почти так же: астрономическая долгота и астрономическая широта. Только широта небесных светил отсчитывалась от плоскости эклиптики (напомним, что в те времена так называлась плоскость, в которой лежала орбита Солнца, обращающегося вокруг Земли), а долгота — от точки весеннего равноденствия, в которой Солнце раз в год пересекает небесный экватор. Взявшись за определение лунных неравенств, Птолемей рассматривал в основном неравенства по долготе, выводя широту по наклону лунной орбиты, равному 5°, — именно таким определил этот угол Гиппарх, «муж трудолюбия и поклонник истины», как назвал его Птолемей. (По современным данным Гиппарх ошибся всего на 8 минут дуги).

Общее неравенство E движения Луны по долготе Птолемей представил следующей формулой (в современных обозначениях):

$$E = 6°15' \sin l + 1°18' \sin(2D - l) + 19' \sin 2l.$$



Здесь l — угловое расстояние Луны от среднего перигея ее орбиты, D — угловое расстояние Луны от Солнца. Из формулы Птолемея следовало, что лунные неравенства — периодические и являются как бы суммой нескольких отдельных неравенств. Так, первый и третий члены правой части формулы зависят от положения Луны относительно перигея своей орбиты. Их сумма получила название *главного эллиптического неравенства*. Но это название было дано не Птолемеем, а учеными в XVII веке, когда уже было известно, что Луна движется по эллипсу.

Второй член, в который входит угловое расстояние Луны от Солнца, связан с влиянием Солнца на движение Луны. Много позже, уже в XVII веке, он получил название *эвекции*, а в конце того же столетия Ньютон дал ему исчерпывающее объяснение. Но об этом — чуть ниже.

Николай Коперник (1473—1543), используя свои более точные наблюдения (впрочем, он, как и Гиппарх и Птолемей, наблюдал невооруженным глазом!), уточнил коэффициенты формулы Птолемея, определил крайние и среднее значения расстояния от Земли до Луны (в единицах земного радиуса), причем ошибка в среднем расстоянии составляла всего 0,1 % (!) против современного значения.

Новый шаг вперед в создании кинематической теории движения Луны сделал замечательный датский астроном-наблюдатель Тихо Браге (1546—1601). Он открыл третье по счету неравенство, получившее название *вариации*. В формуле для E, это дополнительный член вида $40' \sin 2D$. Затем Тихо Браге обнаружил еще одно, четвертое лунное неравенство, выражаемое членом ($-11' \sin l'$), где l' — угловое расстояние Солнца от перигелия земной орбиты (Земля проходит перигелий своей орбиты 1—2 января). Так как период последнего неравенства равен году, оно получило название *годичного уравнения*. Здесь мы снова встречаемся с примером иного употребления всем привычного термина. Словом «уравнение» во времена Тихо Браге и вплоть до наших дней астрономы называли некоторые математические величины. Так, до сих пор в астрономии сохранился термин «уравнение времени», означающий разность среднего и истинного солнечного времени.

Тихо Браге открыл также, что угол наклона лунной орбиты к эклиптике может изменяться в пределах $\pm 9{,}5'$ от среднего значения $5°8'$, причем наибольшего значения наклон орбиты достигает, когда направление Земля—Солнце совпадает с линией узлов лунной орбиты, а наименьшего — когда они перпендикулярны.

Истинную форму лунной орбиты установил Иоганн Кеплер (1571—1630), доказавший, что Луна, как и планеты, движется по эллипсу. На основе трех законов планетных движений, открытых Кеплером, Исаак Ньютон (1643—1727) вывел закон всемирного тяготения, нашел ту силу, которая заставляет небесные тела двигаться по эллиптическим и иным орбитам.

От кинематики — к динамике

Развитие небесной механики, основанной на теории тяготения Ньютона, вселяло надежду, что и теория движения Луны будет построена без особого труда и все лунные неравенства получат простое объяснение. И действительно, Ньютон добился в этой области немалых успехов. Он показал, что неравенства являются следствием влияний Солнца на Луну (так называемых солнечных возмущений). Из анализа этих влияний он теоретически получил значения основных лунных неравенств.

Ньютон количественно объяснил движение узлов лунной орбиты и периодическое изменение ее наклона к

эклиптике. Но когда он попытался вывести скорость смещения лунного перигея, то получил результат, вдвое меньший наблюдаемого.

Да, теория движения Луны оказалась крепким орешком и для самого Ньютона, и для длинного ряда его последователей. В чем же состояла главная трудность?

Мы знаем, что основная сила, действующая на планеты,— притяжение Солнца. Под действием этой силы планета должна описывать кеплеров эллипс. Притяжение других планет, массы которых в тысячи, сотни тысяч и миллионы раз меньше массы Солнца, приводит лишь к небольшим отклонениям от кеплерова эллипса, которые принято называть возмущениями. Эти возмущения невелики и их нетрудно вычислить. (Известно, что по возмущениям в движении Урана астрономы Дж. Адамс и У. Леверье независимо вычислили положение и орбиту неизвестной до того планеты, вызывающей эти возмущения,— ею оказался Нептун.)

В случае Луны дело обстоит совершенно иначе. Луна в своем обращении вокруг Земли постоянно подвергается возмущению со стороны самого массивного тела солнечной системы — Солнца. К тому же эти возмущения изменяются в течение аномалистического месяца (с изменением расстояния от Луны до Земли) и в течение года (с изменением расстояния от Земли до Солнца).

Конкурс Петербургской академии наук

Прошло три четверти века со времени публикации бессмертного труда Ньютона «Математические начала натуральной философии». И хотя сам Ньютон пытался разработать теорию движения Луны, его теория не давала требуемой точности. А ведь в те годы теория движения Луны имела практическое значение: по астрономической долготе Луны определяли географическую долготу места на Земле. Поскольку Луна перемещалась по небу в среднем на 13° в сутки, ее положение на небе в данный час зависело от долготы места. Мореплаватели и путешественники пользовались этим для определения географических долгот.

И вот в 1750 году Петербургская академия наук объявила конкурс на лучшее исследование по такой теме: «Показать, согласны ли все неравенства, которые наблюдаются в движении Луны, с ньютоновской теорией, и какой должна быть истинная теория всех этих неравенств, чтобы по ней можно было со всей точностью определять место Луны на любое время».

Эта формулировка была выбрана неслучайно. Мы помним, что Ньютон потерпел неудачу в теоретическом определении скорости смещения лунного перигея. В 1745 году эту же задачу попытались решить два замечательных французских математика — Алексис Клод Клеро (1713—1765) и Жан Лерон Даламбер (1717—1783). Оба они были членами Парижской академии наук, ярыми соперниками в науке, над лунной проблемой работали совершенно независимо. Решая задачу о движении лунного перигея, они оба пришли к тому же выводу, что и Ньютон: период обращения большой оси лунного эллипса теоретически должен быть в два раза больше, чем это следует из наблюдений. Оба ученых даже высказали мысль, что закон Ньютона неточен и требует поправок. Именно это заключение столь авторитетных ученых и вызвало объявление конкурса Петербургской академии наук с приведенной выше формулировкой.

Но уже за несколько месяцев до объявления конкурса, в мае 1749 года, Клеро нашел причину «расхождения» теории Ньютона с наблюдениями. Теория была не виновата. Дело в том, что даваемое теорией аналитическое (в виде формулы) выражение для смещения перигея представляло собой степенной ряд вида $k_0+k_1m+k_2m^2+\ldots+k_nm^n+\ldots$, где m — отношение суточных смещений Земли и Луны по их орбитам ($m\approx1/13$), k_n — численные коэффициенты. Значение m мало́ по сравнению с единицей, и каждый следующий член ряда много меньше предыдущего. И Ньютон, и Даламбер, и Клеро брали для вычислений значение смещения перигея, ограничиваясь лишь первым членом ряда. Это, как догадался Клеро, и приводило к резкому расхождению теоретически рассчитанной и реальной скорости смещения лунного перигея. Учтя в выражении для смещения второй

член, Клеро получил обнадеживающий результат: расхождение теории с наблюдениями уменьшилось в три с лишним раза. Чем больше членов брал Клеро, тем ближе стремилось к нулю расхождение с данными наблюдений.

В 1752 году Клеро представил Петербургской академии наук большой мемуар, озаглавленный «Теория Луны, выведенная из единственного начала притяжения, обратно пропорционального квадратам расстояний». Эта работа была удостоена назначенной премии и издана в Петербурге. В ней Клеро решает задачу на вращающемся эллипсе, каким и является в сущности орбита Луны. В своей работе Клеро впервые показал, что лунные неравенства проявляются не только в долготе и широте Луны, но и в расстоянии от нее до Земли. В формулах теории Клеро каждая из величин (долгота, широта и расстояние) выражается уже суммой из 20 членов ряда.

Работа Клеро дала толчок к новым исследованиям. Даламбер решил проверить выводы Клеро и пришел к тем же результатам, хотя и другим способом. Действительный член Петербургской академии наук Леонард Эйлер (1707—1783) усовершенствовал теорию Клеро, сделав ее более удобной для составления таблиц движения Луны. Такие таблицы вскоре были составлены немецким астрономом Тобиасом Майером. Спустя 20 лет Эйлер вновь обратился к теории движения Луны. В 1772 году он издал труд, озаглавленный «Теория движения Луны, изложенная новым способом». И действительно, в этой работе был предложен принципиально новый способ построения лунной теории.

Идеи, заложенные во второй лунной теории Эйлера, позволяют в принципе достичь наиболее точного описания движения Луны. Однако эти идеи опередили свое время — развитие науки тогда было недостаточно, чтобы на их основе получить окончательное решение задачи. И лунные теории продолжали развиваться по старому, «протоптанному» пути.

Как строить теорию?

Теории Клеро, Даламбера и первая лунная теория Эйлера принадлежали к классу аналитических. В этих теориях выражения для координат небесного тела (или для элементов его орбиты) выводятся как решения уравнений движения, даваемых теорией Ньютона. Построение таких теорий требовало тогда громадного труда. Создатель одной из лучших аналитических теорий французский астроном Шарль Делоне (1816—1872) затратил на нее 20 лет непрерывной работы. Зато теория Делоне может быть применена не только к Луне, но и к любому другому спутнику планеты, в том числе и к искусственному спутнику Земли.

В численных теориях целый ряд элементов орбиты берется из наблюдений, а затем уточняется в ходе расчетов. Лучшей из численных теорий движения Луны была теория немецкого астронома П. А. Ганзена (1795—1874), на основе которой были составлены таблицы движения Луны, служившие астрономам почти полвека — до начала двадцатых годов нашего столетия.

Наибольший успех выпал на долю численно-аналитических теорий, начало которым было положено второй лунной теорией Эйлера. При этом лишь немногие величины берутся из наблюдений и подставляются в уравнения движения до их решения.

В 1888 году американский астроном Джордж Хилл (1838—1914) использовал идеи Эйлера для построения своей теории движения Луны. Ему удалось получить скорость движения перигея лунной орбиты аналитически. Все неравенства движения Луны были разделены им на классы, в зависимости от того, какие величины входили в то или иное неравенство. Тем самым вся задача была как бы «расслоена» на несколько отдельных задач, каждая из которых решалась отдельно. Теорию Хилла довел до конца американский астроном Эрнест Браун (1866—1938). Ему удалось преодолеть одну за другой все оставшиеся трудности теории и достичь точности, достаточной для удовлетворения наблюдений начала и середины двадцатого века. Выражение для долготы Луны в теории Брауна содержало 552 члена, для широты — 487, для радиуса-вектора Луны — 304 члена. Были

(Окончание см. на с. 48)